

### Naloga 1

Podana je krožnica z enačbo

$$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 25.$$

- Nariši krožnico in določi presečišči krožnice s premico  $x + 4y - 8 = 0$ .
- Izračunaj razdaljo med središčem krožnice in dano premico.
- Ugotovi z računom lego točke  $A(8, -4)$  glede na krožnico.
- Izračunaj presečišča krožnice z koordinatnima osema.
- Prezrcali krožnico preko premice  $y = -x - 3$  in zapiši enačbo premaknjene krožnice.

### Naloga 2

Premice  $x - 2y + 18 = 0$ ,  $x + y = 0$  in  $3x + y - 2 = 0$  se paroma sekajo v točkah  $A, B, C$ .

- Določi točke  $A, B$  in  $C$ .
- Zapiši enačbo krožnice  $k$  s središčem  $S$ , ki poteka skozi točke  $A, B$  in  $C$ .
- Pokaži, da je najdaljša stranica trikotnika  $ABC$  premer krožnice  $k$ . Kakšen je trikotnik  $ABC$ ?

### Naloga 3

- Pokaži, da je premica  $2x + y - 1 = 0$  tangenta na krožnico  $k$ :  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 8 = 0$ .
- Kje krožnica  $k$  seka abscisno os? Pokaži z računom, da presečišč z ordinatno osjo ni.
- Središče krožnice  $S$  prezrcalimo preko abscisne osi v točko  $S_1$ . Določi polmer krožnice, ki se dotika dane premice s središčem v  $S_1$ .

### Naloga 4

- Določi  $a$  in  $b$ , da bosta točki  $A(8, -1)$  in  $B(9, 6)$  ležali na krožnici  $k$  z enačbo  $x^2 + y^2 + ax + by + 9 = 0$ .
- Pokaži, da je štirikotnik  $ABCD$  tetivni, če je  $C(1, 0), D(0, 3)$ .
- Poišči presečišča premice  $x + 2y - 6 = 0$  s krožnico  $k$ .
- Zapiši enačbo premice  $p$ , ki poteka skozi središče krožnice in točko  $B$ . Določi enačbo vzporednice premici  $p$ , ki poteka skozi točko  $A$ .

### Naloga 5

Premice

$$p_1 \quad \dots \quad x - 2y = -6$$

$$p_2 \quad \dots \quad x + 3y = -1$$

$$p_3 \quad \dots \quad 7x + y = 33.$$

se paroma sekajo v točkah, ki določajo trikotnik  $ABC$ , kjer je  $p_1 \cap p_2 = \{A\}$ ,  $p_2 \cap p_3 = \{B\}$ ,  $p_1 \cap p_3 = \{C\}$ .

- Poišči točko  $S$ , ki je enako oddaljena od točk  $A, B$  in  $C$ .
- Zapiši enačbo krožnice s središčem v točki  $S$ , ki se dotika premice  $p_1$ . V katerih točkah seka ta krožnica premico  $p_2$ ?

c) Naj bo  $M(-3, 4)$  in  $N(-2, -3)$ . Pokaži, da je  $MNBC$  tetivni štirikotnik. Ali je kvadrat?

### Naloga 6

Nariši množico točk, za katere velja:

a)  $y = 3 - \sqrt{4 - (x - 1)^2}$

d)  $y = -\sqrt{6x - x^2}$

b)  $y = -2 + \sqrt{1 - (x - 3)^2}$

e)  $y = 5 + \sqrt{8x - x^2}$

c)  $y = 2 - \sqrt{9 - (x + 3)^2}$

f)  $y = 4 - \sqrt{2x - x^2}$

### Naloga 7

Krožnica s središčem  $S(-2, 2)$  poteka skozi točko  $A(-5, 6)$ .

- Zapiši enačbo krožnice.
- Izračunaj presečišča krožnice z abscisno in z ordinatno osjo.
- Določi tangenti na krožnico iz točke  $T(-3, -5)$ .

### Naloga 8

Točki  $A(-1, -2)$  in  $B(-3, 3)$  sta sosedni točki kvadrata  $ABCD$ . Določi preostali točki kvadrata in enačbo očrtane krožnice kvadrata. Upoštevaj vse možnosti.

### Naloga 9

Poišči krožnico, ki ima isto središče kot elipsa  $x^2 + 4y^2 + 2x - 3 = 0$  in se dotika premice  $y = 2x - 2$ .

### Naloga 10

Poišči elipso v središčni legi, če je:

- $a + b = 36, \epsilon = \frac{12}{13}$ ,
- $a = 5, d(F_1, F_2) = 5$ ,
- $F_1(8, 0), F_2(8, 0)$ , točka  $A(0, 15)$  pa leži na elipsi.

### Naloga 11

- Zapiši enačbo elipse v središčni legi z goriščema na abscisni osi in linearno ekscentričnostjo 24, če sta polosi elipse v razmerju 13 : 5.
- Določi točko  $A(x > 0, 5\sqrt{3})$ , da bo ta ležala na elipsi.
- Zapiši enačbo tangente na elipso skozi  $A$ .
- Določi lego točke  $B(20, -7)$  glede na elipso z računom.
- Izračunaj numerično ekscentričnost elipse.
- Kje ima središče premaknjena elipsa, če ima elipsa najvišje teme v točki  $B$ ?

### Naloga 12

- Določi elipso v središčni legi, ki poteka skozi točki  $A(1, 2)$  in  $B(\frac{\sqrt{10}}{2}, -1)$ .

- b) Pokaži, da je premica  $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1$  tangenta na elipso.
- c) Izračunaj dolžino tetive, ki jo elipsa odreže od premice  $y = -x + 1$ .

### Naloga 13

- a) Zapiši enačbo elipse, ki ima gorišči v točkah  $F_1(5, -3)$  in  $F_2(5, 13)$  ter eno teme v  $T(11, 5)$ .
- b) Izračunaj prostala temena in numerično ekscentričnost.
- c) Kje elipsa seka abscisno os?
- d) Izračunaj ploščino krožnega kolobarja, ki ga omejujeta elipsi včrtana in očrtana krožnica.

### Naloga 14

Določi središče, gorišči in temena ter numerično ekscentričnost elips:

- a)  $5x^2 + 9y^2 - 50x + 36y + 116 = 0$ ,
- b)  $4x^2 + 9y^2 - 16x + 54y + 61 = 0$ ,
- c)  $9x^2 + 25y^2 - 36x - 50y - 164 = 0$ .

### Naloga 15

Teme elipse na večji osi je  $T(-4, 3)$ , elipsa poteka skozi točki  $A(-1, \frac{9}{2})$ ,  $B(-3, \frac{3}{2})$ . Določi njeno enačbo.

### Naloga 16

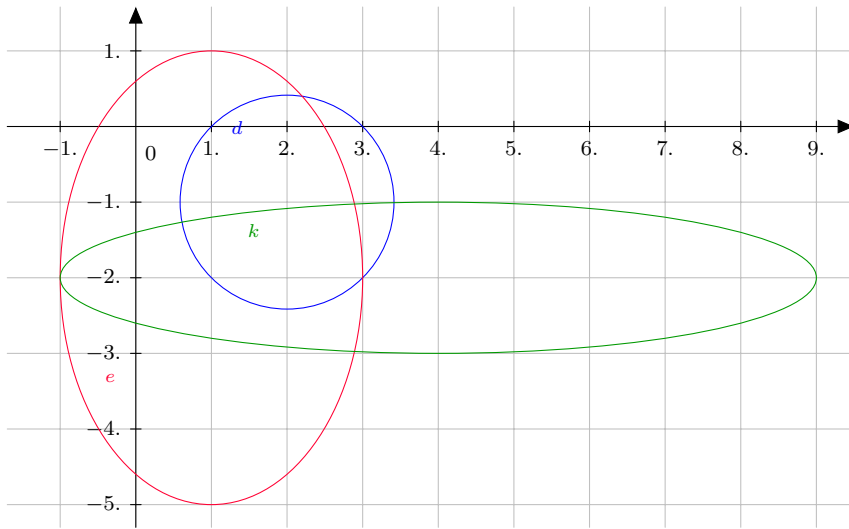
- a) Pokaži: premica  $y = kx + n$  je tangenta elipse v središčni legi  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , če je  $a^2k^2 + b^2 = n^2$ . Tangento za elipso  $\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$  dobimo tako, da izračunamo enačbo premice  $y - p = k(x - q) + n$ .
- b) Zapiši še tangentni pogoj za krožnico.
- c) Določi  $n$ , da bo premica  $y = -2x + n$  tangenta elipse  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{13} = 1$ .
- d) Določi  $k$ , da bo premica  $y = kx + 10$  tangenta krožnice  $x^2 + y^2 = 2$ .
- e) Zapiši enačbo tangente na elipso  $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ , ki oklepa z abscisno osjo kot  $60^\circ$ .
- f) Zapiši enačbo tangente na elipso  $7x^2 + 9y^2 - 63 = 0$ , ki oklepa z abscisno osjo kot  $45^\circ$ .

### Naloga 17

Elipsa v središčni legi ima tangento v dotikališču  $T(x_0, y_0)$ , če velja  $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$ .

- a) Zapiši enačbo tangente na elipso  $x^2 + 4y^2 = 100$  v točki  $T(8, y_0 < 0)$ .
- b) Zapiši enačbo tangente na krožnico  $x^2 + y^2 = 25$  v točki  $T(4, y_0 < 0)$ .
- c) Zapiši enačbo tangente na elipso  $4x^2 + 5y^2 = 19$  v točki  $T(-1, y_0 < 0)$ .
- d) V presečiščih elipse  $4x^2 + 16y^2 = 64$  s premico  $3x = 8y$  zapiši enačbi tangent. Izračunaj kot med tangentama.
- e) V presečiščih elipse  $x^2 + 4y^2 = 100$  s premico  $x + 2y + 2 = 0$  zapiši enačbi tangent. Izračunaj kot med tangentama.
- f) V presečiščih elipse  $3x^2 + 4y^2 = 21$  s premico  $y + x = 0$  zapiši enačbi tangent. Izračunaj kot med tangentama.

### Naloga 18



- Zapiši enačbe stožnic  $d, e$  in  $k$  na sliki.
- V katerih točkah seka elipsa  $k$  ordinatno os?
- V katerih točkah seka elipsa  $e$  abscisno os?

### Naloga 19

Komet, katerega tir ima obliko elipse, ima numerično ekscentričnost 0,98 . Komet kroži okrog Sonca in se središču Sonca najbolj približa na  $10^7$  km. Kolikšna je največja oddaljenost kometa od Sonca? (Sonce je v gorišču elipse, ki je tir kometa.)

### Naloga 20

- Določi gorišči in središče hiperbole  $x^2 - y^2 - 6x - 2y + 7 = 0$  ter jo nariši.
- Premica  $p$  seka ordinatno os v točki  $A$  z ordinato 1 in poteka skozi desno temo  $T$  hiperbole. Zapiši enačbo premice  $p$ .
- Izračunaj drugo presečišče (točka  $B$ ) premice  $p$  s hiperbolo.
- Premica  $p$  seka naraščajočo asimptoto hiperbole v točki  $C$ . Pokaži, da je

$$|AB| + |CT| = |BC|.$$

### Naloga 21

Hiperboli  $16x^2 - 9y^2 - 32x + 36y - 19 = 0$  določi gorišči. Kakšno numerično ekscentričnost ima? Nariši jo.

### Naloga 22

Dve gorišči elipse  $\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$  sta temeni hiperbole, gorišči hiperbole pa sta temeni elipse. Določi enačbo hiperbole.

### Naloga 23

- Hipepola  $x^2 - y^2 = 2$  seka krožnico  $x^2 + y^2 = 4$  v ogliščih pravokotnika. Določi jih.
- Določi enačbo elipse, ki je vrtana temu pravokotniku.
- Kje ima elipsa gorišči?

### Naloga 24

Katere točke na paraboli  $y^2 = 6x$  so od gorišča oddaljeni za  $\frac{15}{2}$ ?

### Naloga 25

Hiperbolo  $x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$  seka premica  $y = x + 1$ .

- Pokaži, da je eno presečišče  $P_1$  eno izmed gorišč hiperbole.
- Določi tangento na hiperbolo v drugem presečišču  $P_2$ .
- Izračunaj kot med sekanto in tangento.

### Naloga 26

Parabola v središčni legi ima gorišče v točki  $F(1, 0)$ , parabola s premico vodnico  $x = 0$  pa v točki  $F'(4, 0)$ .

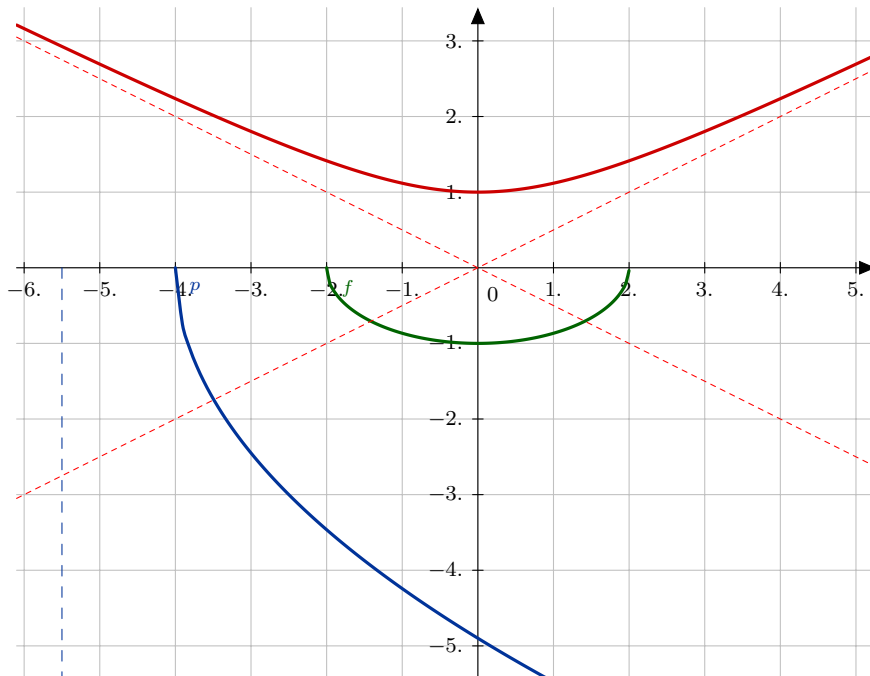
- Kje se paraboli sekata?
- Zapiši enačbo krožnice, ki ima središče v temenu premaknjene parabole in poteka skozi presečišči parabol?

### Naloga 27

Podana je družina krivulj  $x^2 + 2ax + ay^2 - 2ay + 8 + a = 0$ .

- Pokaži, da je za  $a = 3$  krivulja elipsa s središčem v  $S(-3, 1)$  in numerično ekscentričnostjo  $\epsilon = \frac{\sqrt{6}}{3}$  ter da je elipsa očitana kvadratu s ploščino 1.
- Pokaži, da je za  $a = -2$  krivulja hiperbola s središčem v  $S(2, 1)$ . Kje seka krivulja koordinatni osi?
- Ali je v družini kakšna krožnica?

### Naloga 28



- Zapiši predpise za funkcije na sliki (asimptoti in vodnica sta črtkani).
- Rdečo krivuljo prezrcalimo čez abscisno os in jo premaknemo za vektor  $\vec{v} = (2, -3)$ . Kakšen predpis dobimo?
- Zeleno krivuljo premaknimo za vektor  $\vec{v} = (-2, 1)$  in jo nato prezrcalimo čez abscisno os. Zapiši predpis krivulje.