

Vektorji - naloge za test

Naloga 1

Ali so točke

$$A(1, 2, 3), B(0, 3, 7), C(3, 5, 11)$$

$$b) A(0, 3, -5), B(1, 2, -2), C(3, 0, 4)$$

kolinearne?

Naloga 2

Ali točke

$$a) A(6, 0, 2), B(2, 0, 4), C(6, 6, 1) \text{ in } D(2, 6, 3),$$

$$b) A(3, 1, 0), B(2, -3, 1), C(-1, 0, 4) \text{ in } D(5, -6, -2)$$

ležijo v isti ravnini?

Naloga 3

Ali so vektorji $\vec{a} = (3, -1, 4)$, $\vec{b} = (6, 4, 8)$ in $\vec{c} = (7, -3, 4)$ komplanarni?

Naloga 4

a) Trikotniku ABC z oglišči $A(-3, 2, 5)$, $B(6, -1, 4)$, $C(0, 2, -3)$ določi težišče T .

b) Katera točka je od težišča T oddaljena za $\frac{2}{5}$ razdalje $|ST|$, če je $S(8, -2, -4)$.

Naloga 5

Točko $A(-2, 4, 6)$ prezcali preko xy ravnine v B , nato pa B preko točke $S(-5, 0, 3)$ v C . Izračunaj razdaljo med težiščem trikotnika ABC in točko $D(-3, 3, 1)$.

Naloga 6

Določi vse vrednosti x , za katere:

a) sta vektorja $\vec{a} = (2x, x, 1)$ in $\vec{b} = (x, 2, -4)$ pravokotna.

b) sta vektorja $\vec{a} = (3, x + 3, x)$ in $\vec{b} = (x, 2x + 4, 2x)$ vzporedna.

c) je skalarni produkt vektorjev $\vec{a} = (2x, -2, -4)$ in $\vec{b} = (\frac{x}{2}, 2, 3)$ enak 20.

Naloga 7

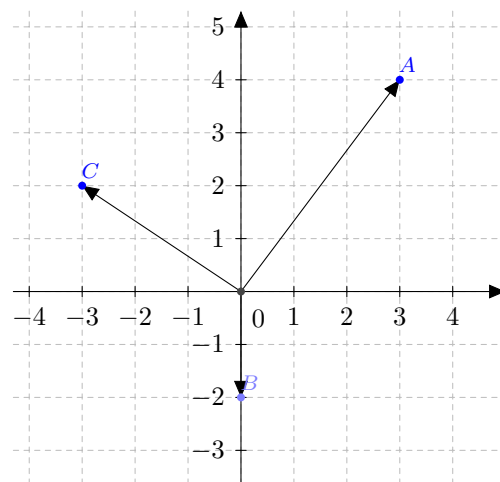
V pravilnem šestkotniku $ABCDEF$ meri stranica $a = 3$ cm, S je presečišče dolgih diagonal, vektorsko bazo določata vektorja $\overrightarrow{SB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{SC} = \vec{b}$. Na stranici AB je točka M , tako da je $|AM| : |MB| = 2 : 3$. Na stranici EF točka N , tako da je $|EN| : |NF| = 1 : 2$, točka O je razpolovišče AS .

- Zapiši vektorje \overrightarrow{AS} , \overrightarrow{CM} , \overrightarrow{MN} in \overrightarrow{NO} z baznimi vektorji.
- Izračunaj dolžino vektorja \overrightarrow{CM} .
- Izračunaj skalarni produkt $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AF}$.
- Koliko meri kot med vektorjema \overrightarrow{NS} in \overrightarrow{NO} .
- Daljica NM seka daljico BF v točki T . Izračunaj razmerje $BT : TF$.

Naloga 8

V koordinatnem sistemu so podane točke $A(3, 4)$, $B(0, -2)$, $C(-3, 2)$.

- Izračunaj dolžino krajevnega vektorja točke A .
- Izračunaj kot med vektorjema \vec{r}_A in \vec{r}_C .
- Izrazi vektor r_A z linearno kombinacijo \vec{r}_A in \vec{r}_B .



Naloga 9

Med enotskim vektorjem \vec{e} in vektorjem \vec{a} z dolžino 3, je kot 60° . Izračunaj:

- skalarni produkt: $\vec{e} \cdot \vec{a}$, $\vec{a} - \vec{e}$, $(\vec{a} - 2\vec{e})$
- dolžino vektorja: $\vec{a} - \vec{e}$, $\vec{a} - 2\vec{e}$

Naloga 10

Določi D , da bo $ABCD$ paralelogram, če je

- $A(4, -5)$, $B(1, 5)$, $C(4, 1)$, b) $A(4, 2, -5)$, $B(1, 5, -2)$, $C(4, -4, 1)$.

Naloga 11

Določi x, m, n , da bosta vektorja:

- $\vec{a} = (4x, -2, 5)$ in $\vec{b} = (x, 3, 1)$ pravokotna, b) $\vec{a} = (2n, -2, m+1)$ in $\vec{b} = (-9, 6, 12)$ kolinearna.

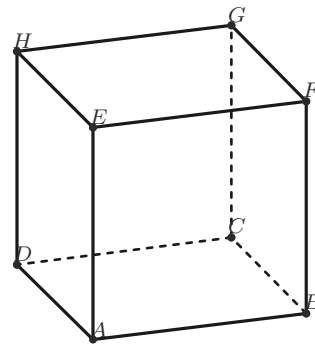
Naloga 12

V kvadru $ABCDEFGH$ (E nad A) so bazni vektorji $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$. Zapiši z baznimi vektorji:

- \overrightarrow{AG} , \overrightarrow{BE} ,
- \overrightarrow{MN} , kjer je M razpolovišče AB , N pa središče ploskovne diagonale $BCGF$.
- Ali je \overrightarrow{MN} vzporeden vektorju \overrightarrow{AG} ?
- Koliko meri AG , če je $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = 12$?
- Izračunaj še kot $\angle AMN$.

Naloga 13

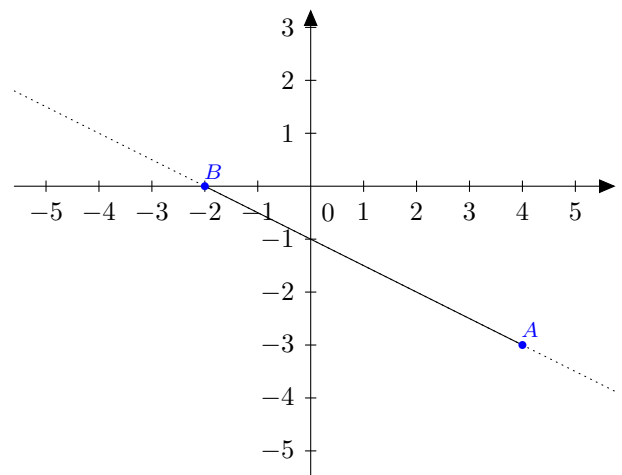
V kocki $ABCDEFGH$ je točka M razpolovišče AB , N presečišče diagonal ploskve $EFGH$, O pa razdeli CG v razmerju $1 : 2$. Z vektorji $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$ izrazi vektorje \overrightarrow{CA} , $\overrightarrow{BH} - \overrightarrow{FH}$, \overrightarrow{MG} , \overrightarrow{NO} .



Naloga 14

Naj bosta $A(4, -3)$, $B(-2, 0)$.

- Na daljici AB izračunaj točko M , da bo veljalo razmerje $|AM| : |MB| = 1 : 5$.
- Ali je vektor $\vec{a} = \left(\frac{1}{5}, -\frac{1}{10}\right)$ kolinearen z vektorjem \overrightarrow{AB} ?
- Trikotnik ABC je pravokoten s pravim kotom v A . Izračunaj točko $C(3, y)$.



Naloga 15

Določi točko M na daljici AB s krajišči $A(-2, 5, -1)$, $B(12, -2, 6)$, da bo $|AM| : |MB| = 2 : 5$.

Naloga 16

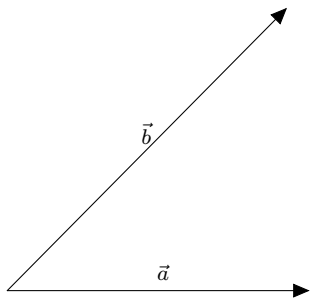
V paralelogramu $ABCD$ je točka E na CD tako, da je $|CE| : |ED| = 4 : 1$. Točka F je presečišče daljic BE in AC . Dokaži, da je $EF : FB = 4 : 5$.

Naloga 17

Naj bo $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 5$, kot med vektorjema 60° .

a) Izračunaj skalarni produkt $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$.

b) Izračunaj dolžino vektorja $3\vec{a} + \vec{b}$. Nariši.



Naloga 18

V ravnini so podane točke $A(-3, 4, -1)$, $B(5, -2, 1)$ in $C(-2, 1, 0)$.

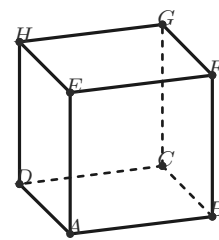
a) Izračunaj dolžini vektorjev \vec{AB} in \vec{AC} ter izračunaj kot $\angle BAC$.

b) Izračunaj koordinate težišča T in premakni točko A za krajevni vektor težišča \vec{r}_T .

c) Določi D , da bo $ABCD$ paralelogram.

Naloga 19

V kocki $ABCDEFGH$ je točka M razpolovišče AB , N presečišče diagonal ploskve $EFGH$, O pa razdeli CG v razmerju $1 : 2$. Z vektorji $\vec{a} = \vec{AB}$, $\vec{b} = \vec{AD}$, $\vec{c} = \vec{AE}$ izrazi vektorje \vec{CA} , $\vec{BH} - \vec{FH}$, \vec{MG} , \vec{NO} .



Naloga 20

V ravnini so podane točke $A(-3, 4, -1)$, $B(5, -2, 1)$ in $C(-2, 1, 0)$.

a) Izračunaj dolžini vektorjev \vec{AB} in \vec{AC} ter izračunaj kot $\angle BAC$.

b) Izračunaj koordinate težišča T in premakni točko A za krajevni vektor težišča \vec{r}_T .

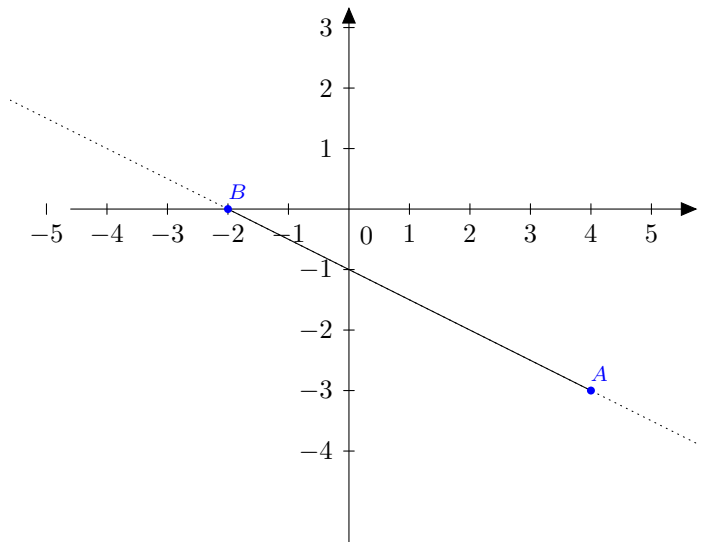
c) Določi D , da bo $ABCD$ paralelogram.

Naloga 21

Naj bosta $A(4, -3), B(-2, 0)$.

a) Na daljici AB izračunaj točko M , da bo veljalo razmerje $|AM| : |MB| = 1 : 5$.

b) Ali je vektor $\vec{a} = \left(\frac{1}{5}, -\frac{1}{10}\right)$ kolinearen z vektorjem \vec{AB} ? c) Trikotnik ABC je pravokoten s pravim kotom v A . Izračunaj točko $C(3, y)$.



Naloga 22

Podani so vektorji $\vec{a} = (-2, 1, 6), \vec{b} = (6, 2, z), \vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{d} = (9, y, -6)$.

a) Pokaži, da je $\vec{a} \perp \vec{c}$.

b) Določi y in z , da bosta vektorja \vec{b} in \vec{d} kolinearna.

c) Izračunaj dolžino projekcije vektorja \vec{a} na ravnino xy .

Naloga 23

V pravilnem šestkotniku $ABCDEF$ s stranico dolžine 1 je podana baza $\vec{a} = \vec{AB}, \vec{b} = \vec{BC}$, točka S je enako oddaljena od vseh oglišč. Zapiši z baznimi vektorji:

a) $\vec{BS}, \vec{EC}, \vec{AE}$,

b) Izračunaj skalarni produkt $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$,

c) Izračunaj skalarni produkt $\vec{AD} \cdot \vec{AE}$

Naloga 24

Med enotskim vektorjem \vec{a} in vektorjem \vec{b} z dolžino 2 meri kot 60° .

a) Nariši vektorja $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$ in $\vec{d} = -2\vec{a} + \vec{b}$.

b) Izračunaj skalarni produkt $\vec{c} \cdot \vec{d}$.

c) Izračunaj dolžino projekcije vektorja \vec{c} na vektor \vec{d} .

Naloga 25

Izrazi vektor $\vec{c} = (9, -13)$ z vektorjema $\vec{a} = (6, -2)$ in $\vec{b} = (3, 1)$.

Naloga 26

V kvadru $ABCDEFGH$ (E nad A) je podana baza $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$. Zapiši z baznimi vektorji:

- \overrightarrow{AC} ,
- \overrightarrow{HB} ,
- \overrightarrow{MN} , če je M razpolovišče AB in N središče ploskve $EFGH$.

Naloga 27

Podane so točke $A(-3, 2, 1)$, $B(5, 4, 0)$, $C(1, 0, 3)$.

- Izračunaj razpolovišče daljice AC .
- Izračunaj težišče trikotnika ABC .
- V trikotniku ABC izračunaj dolžino težiščnice na stranico b .
- Izračunaj kot $\alpha = \angle BAC$.
- Določi $\vec{v} = (1, x, x^2)$, da bo $\vec{v} \perp \overrightarrow{AB}$.

Naloga 28

Med enotskim vektorjem \vec{a} in vektorjem \vec{b} z dolžino 2 meri kot 60° .

- Nariši vektorja $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$ in $\vec{d} = -2\vec{a} + \vec{b}$.
- Izračunaj skalarni produkt $\vec{c} \cdot \vec{d}$.
- Izračunaj dolžino projekcije vektorja \vec{c} na vektor \vec{d} .

Naloga 29

Določi točko M na daljici AB s krajišči $A(-2, 5, -1)$, $B(12, -2, 6)$, da bo $|AM| : |MB| = 2 : 5$.

Naloga 30

V paralelogramu $ABCD$ je točka E na CD tako, da je $|CE| : |ED| = 4 : 1$. Točka F je presečišče daljic BE in AC . Dokaži, da je $EF : FB = 4 : 5$.

Naloga 31

Določi vrednost parametra k , da bosta vektorja $\vec{a} = (1, 2)$ in $\vec{b} = (1 - k, 4)$ pravokotna.

Naloga 32

Podan je trikotnik ABC z oglišči $A(-3, 5, -7)$, $B(4, -2, 0)$, $C(5, -3, 1)$.

- Poišči točko D , da bo $ABCD$ trapez in $\overrightarrow{AB} = 7\overrightarrow{CD}$.
- Izračunaj dolžino vektorja \overrightarrow{AC} .
- Na AC poišči točko E , da bo $|AE| : |EC| = 3 : 5$.

Naloga 33

Podan je trikotnik ABC z oglišči $A(-3, 2, 5)$, $B(-1, 3, 3)$, $C(2, -1, 3)$.

- Določi točko D , da bo $ABCD$ paralelogram.
- Določi razpolovišče daljice AB in težišče trikotnika ABC .
- Izračunaj skalarni produkt $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ in kot $\angle ABC$.

Naloga 34

Določi enotski vektor v smeri vektorja $\vec{a} = (0, 5, -12)$.

Naloga 35

V koordinatnem sistemu naj krajevna vektorja \vec{r}_A in \vec{r}_B določata točki $A(3, 1)$, $B(-2, 6)$.

- Nariši vektorja $\vec{v} = 3\vec{r}_A - \vec{r}_B$, $\vec{u} = -2\vec{r}_A + \vec{r}_B$.
- Izračunaj kot med \vec{v} in \vec{u} .

Naloga 36

V kvadru $ABCDEFGH$ (E nad A) je določena vektorska baza z baznimi vektorji $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$, dolžine robov merijo $|AB| = 2$, $|AD| = 3$, $|AE| = 5$. Naj bo M središče ploskve $ABCD$, N razpolovišče roba AD , točka P pa naj razdeli GH v razmerju $GP : PH = 2 : 3$.

- Zapiši vektor \overrightarrow{MP} z baznimi vektorji.
- Izračunaj dolžino vektorja \overrightarrow{MN} .

Naloga 37

V koordinatnem sistemu naj krajevna vektorja \vec{r}_A in \vec{r}_B določata točki $A(-3, 2)$, $B(-1, 2)$.

- Nariši vektorja $\vec{v} = 3\vec{r}_A - \vec{r}_B$, $\vec{u} = -2\vec{r}_A + \vec{r}_B$.
- Izračunaj kot med \vec{v} in \vec{u} .

Naloga 38

Podan je trikotnik ABC z oglišči $A(-1, 3, 3)$, $B(-3, 2, 5)$, $C(2, -1, 3)$.

- Določi točko D , da bo $ABCD$ paralelogram.
- Določi razpolovišče daljice AB in težišče trikotnika ABC .
- Izračunaj skalarni produkt $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ in kot $\angle BAC$,

Naloga 39

V kvadru $ABCDEFGH$ (E nad A) je določena vektorska baza z baznimi vektorji $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$, dolžine robov merijo $|AB| = 1$, $|AD| = 3$, $|AE| = 4$. Naj bo M središče ploskve $EFGH$, N razpolovišče roba AD , točka P pa naj razdeli AB v razmerju $AP : PB = 2 : 3$.

- Zapiši vektor \overrightarrow{MP} z baznimi vektorji.
- Izračunaj dolžino vektorja \overrightarrow{MN} .

Naloga 40

- Zapiši vektorje \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} v ortonormirani bazi.
- Kateri vektor dobimo z linearno kombinacijo $\vec{u} + 2\vec{v} - \frac{1}{2}\vec{w}$
- Izrazi \vec{w} z linearno kombinacijo \vec{u} in \vec{v} .

